

W S E i Z W WARSZAWIE

WYDZIAŁ

LABORATORIUM FIZYCZNE

Ćwiczenie

Nr 7

**Temat: WYZNACZANIE STA ŁEJ SIATKI DYFRAKCYJNEJ
I DŁUGOŚCI FALI ŚWIETLNEJ**

Warszawa 2009

POMIAR DŁUGOŚCI FALI ŚWIETLNEJ ZA POMOCĄ SIATKI DYFRAKCYJNEJ I SPEKTROMETRU.

1. Podstawy fizyczne.

W celu pełnego i dokładnego opisu zjawisk optycznych, takich jak interferencja, dyfrakcja, polaryzacja trzeba stosować w ogólności elektromagnetyczną teorię światła. Fale świetlne stanowią niewielki wycinek widma fal elektromagnetycznych obejmujący fale o częstościach od $4 \cdot 10^{14}$ Hz do $7.4 \cdot 10^{14}$ Hz. Częstościom tym odpowiadają fale elektromagnetyczne o długościach fal (w próżni) od $0.4 \mu\text{m}$ do $7.4 \cdot \text{m}$.

Fala elektromagnetyczna przedstawia rozchodzące się w przestrzeni periodyczne zmiany pola elektrycznego i magnetycznego. Zmiany natężenia pola elektrycznego $E(x, t)$ fali harmonicznnej i płaskiej rozchodzącej się wzdłuż osi x można opisać za pomocą funkcji sinus

$$E(x, t) = E_0 \sin(\omega t - kx) \quad (1)$$

gdzie:

E_0 - amplituda natężenia pola elektrycznego, ω - częstość kołowa, k - liczba falowa związana z długością fali λ zależnością:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2)$$

Argument funkcji sinus: $\alpha(x, t) = \omega t - kx$ nazywamy fazą fali.

Analogiczne wyrażenie opisuje zmiany natężenia pola magnetycznego rozważanej fali harmonicznnej i płaskiej. Fala elektromagnetyczna jest falą poprzeczną, co oznacza, że wektory natężenia pola elektrycznego i natężenia pola magnetycznego są prostopadłe do kierunku rozchodzenia się fali. W przypadku fali opisywanej wzorem (1), ich wartości będą się zmieniały tylko wzdłuż osi x , natomiast nie będą zależały od współrzędnych w płaszczyźnie yz tj. płaszczyźnie prostopadłej do kierunku rozchodzenia się fali. We wszystkich punktach tej płaszczyzny, faza fali $\alpha(x, t)$ będzie (w danej chwili czasu t) miała jednakową wartość. Czyli powierzchnia stałej fazy (powierzchnia falowa) będzie płaszczyzną prostopadłą do kierunku rozchodzenia się fali. Taką falę nazywamy falą płaską. Jeżeli ponadto kierunek drgań wektorów \mathbf{E} i \mathbf{H} nie będzie się zmieniał (np. drgania wektora natężenia pola elektrycznego będą odbywały się w płaszczyźnie xy) to rozważana harmoniczna fala płaska jest liniowo spolaryzowana.

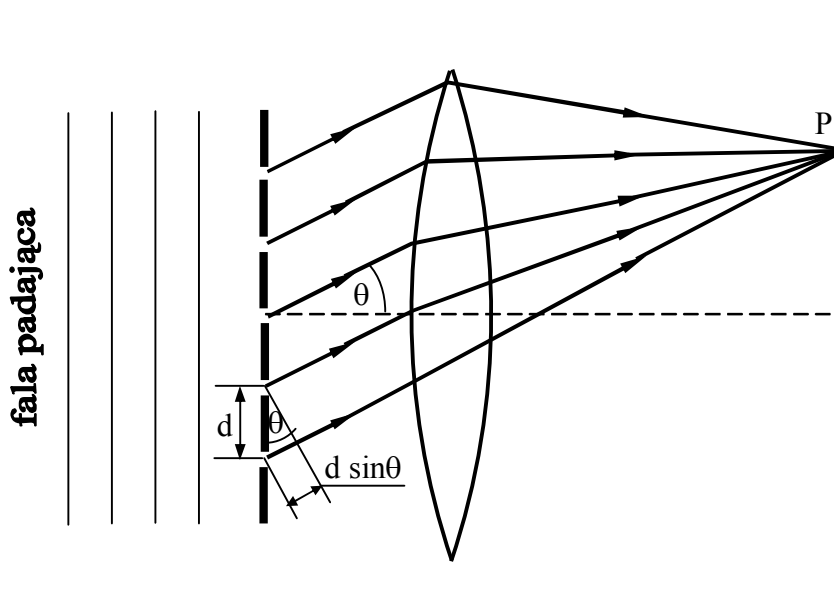
Jak już zaznaczyliśmy na wstępie, pełny opis zjawisk optycznych związanych z propagacją światła, a w szczególności zjawisk interferencji, dyfrakcji, polaryzacji wymaga stosowania teorii elektromagnetycznej. Jednakże w większości sytuacji fizycznych spotykanych w optyce można stosować do opisu zjawisk falowych uproszczoną tzw. skalarną teorię światła. W podejściu skalarnym, abstrahując od wektorowego charakteru fali świetlnej jako fali elektromagnetycznej, opisuje się zaburzenie świetlne w danym punkcie przestrzeni P i chwili czasu t pewną funkcją skalarną $u(P, t)$. Wielkość $u(P, t)$ może reprezentować np. jedną ze składowych wektora natężenia pola elektrycznego, a w przypadku fali liniowo spolaryzowanej przedstawia po prostu wartość tego wektora. Opis skalarny

można stosować m.in. do zjawisk optycznych, w których bądź nie występują (lub są zaniedbywalne) efekty związane z polaryzacją światła. Podstawowe dla ruchu falowego zjawiska interferencji i dyfrakcji opisuje się i wyjaśnia z wystarczającą dokładnością w ramach teorii skalarnej, o ile tylko rozmiary uginającego obiektu oraz odległości punktów obserwacji są duże w porównaniu z długością fali świetlnej.

Zjawisko interferencji jest rezultatem nałożenia się dwóch lub więcej fal w danym punkcie przestrzeni. Obraz interferencyjny możemy zaobserwować wówczas, gdy:

- nakładające się fale mają jednakową długość fali
- źródła interferujących fal są spójne (koherentne) – tzn. fale wysyłane przez te źródła zachowują stałą w czasie różnicę faz.

Obraz interferencyjny możemy wytworzyć oświetlając układ równoległych szczelin zwanego siatką dyfrakcyjną. Siatkę taką można sporządzić przez wykonanie cienkich rys na kawałku szkła lub plastiku. Jeśli taki układ szczelin oświetlimy równoległą wiązką światła, to za siatką możemy obserwować obraz interferencyjny powstały wskutek nałożenia się fal ugiętych na poszczególnych szczelinach (rys.1).



Rys.1. Idealna siatka dyfrakcyjna; d – odległość między szczelinami, θ – kąt ugięcia.

Zgodnie z zasadą Huygensa, powierzchnię szczelin, do których dotarła fala płaska, można traktować jako źródło wtórnych fal kulistych. Jeśli założymy, że fazy początkowe wtórnych fal są jednakowe, to w danym punkcie obserwacji różnica faz pomiędzy falami pochodzącymi od poszczególnych szczelin, będzie zależała wyłącznie od różnicy ich dróg optycznych. Na początku przyjmijmy, że szczeliny siatki dyfrakcyjnej są dostatecznie wąskie, że możemy zaniedbać różnice faz między falami pochodzącymi od jednej szczeliny. Jak widać na rys.1, różnica dróg jakie przebędą fale pochodzące od dwóch sąsiednich szczelin do punktu obserwacji P wynosi:

$$\Delta l = d \sin \theta \quad (3a)$$

Różnica faz odpowiadająca tej różnicy dróg:

$$\varphi = k\Delta l = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \quad (3b)$$

Wynik interferencji zależy od różnicy faz $\Delta\varphi$ nakładających się fal w danym punkcie obrazu interferencyjnego. Maksima natężenia będą występować w tych punktach obrazu interferencyjnego, w których fale spotykają się w fazach zgodnych lub różnica faz interferujących fal będzie równa całkowitej wielokrotności 2π

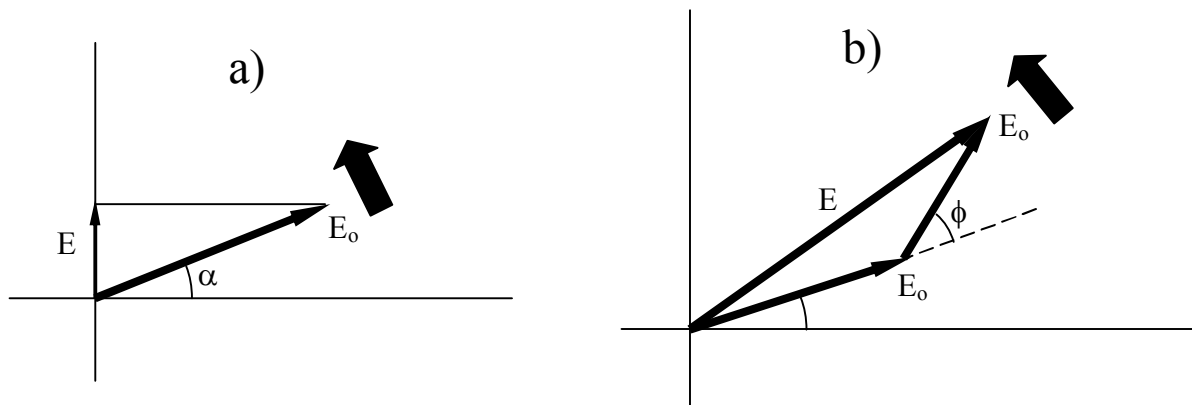
$$\Delta\varphi = m2\pi, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (4a)$$

Po uwzględnieniu (3b), warunek (4a) na wystąpienie maksimum interferencyjnego możemy napisać w postaci:

$$\boxed{d \sin \theta = m\lambda}, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (4b)$$

To oznacza, że różnica dróg optycznych fal pochodzących od sąsiednich szczelin musi być równa λ . Liczbą całkowitą m określa się tzw. rząd widma.

Jak widać ze wzoru (4b), kąty pod którymi obserwujemy główne maksima nie zależą od liczby szczelin w siatce, natomiast zależą od długości fali światła padającego i od odległości między szczelinami. Dla ustalonego rzędu widma, maksima odpowiadające różnym długościom fal obserwuje się pod różnymi kątami. Dlatego też za pomocą siatki dyfrakcyjnej możemy rozłożyć padającą światło na składowe odpowiadające różnym długościom fal.

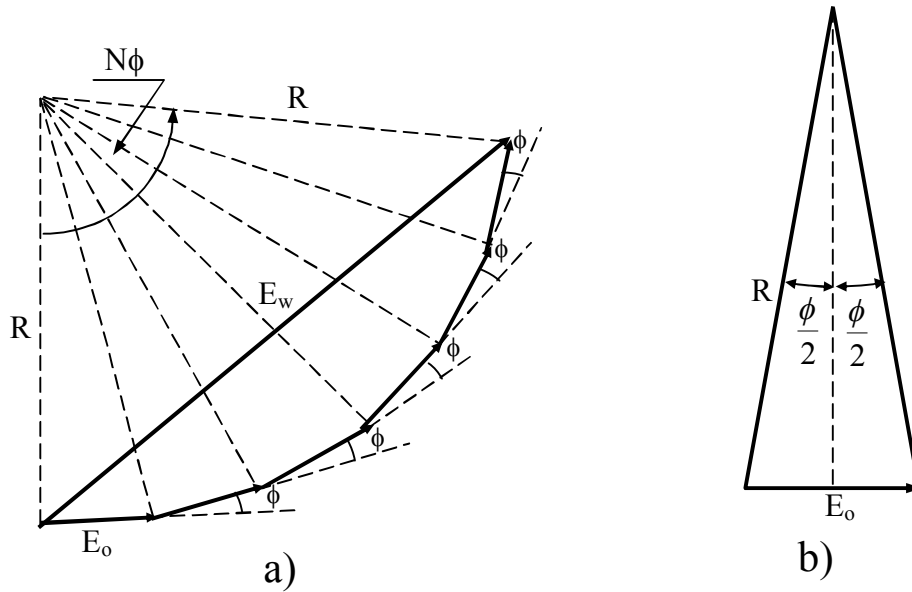


Rys.2 a) *Wektorowa ilustracja równania (1): E_0 – amplituda fali, $\alpha = \omega t - kx$ – faza, Wektor obraca się w kierunku przeciwnym do wskazówek zegara.*

b) *Wektorowe dodawanie dwu fal, ϕ – różnica faz, E_w – amplituda wypadkowa.*

Dla dokładnego matematycznego opisu obrazu interferencyjnego dla siatki mającej N szczelin posłużymy się metodą graficzną. W tej metodzie, natężenie pola E fali opisanej równaniem (1) przedstawiamy za pomocą wektora, którego długość wynosi E_0 a kąt, jaki tworzy on z ustalonym kierunkiem (np. osią X) równy jest wartości fazy fali.

Gdy faza α rośnie w czasie, wektor ten obraca się przeciwnie do wskazówek zegara (rys.2), Ponieważ różnica faz między falami pochodzącymi od sąsiednich szczelin wynosi ϕ , więc wektorowy diagram będzie zawierał N wektorów o równych długościach E_0 i kącie między sąsiednimi wektorami równym ϕ .



Rys.3 Graficzne dodawanie funkcji falowych pochodzących od N równoległych szczelin, dla których różnica faz pomiędzy sąsiednimi szczelinami wynosi φ .

Rysunek wykonano dla $N = 5$ szczelin.

Jak widać na rys.3, końce tych wektorów leżą na łuku okręgu o promieniu R , którego wartość wyznaczyć można z zależności

$$\frac{1}{2} E_0 = R \sin \frac{\varphi}{2} \quad (5)$$

Wypadkowa amplituda E_w jak wynika z rysunku, jest podstawą równoramiennej trójkąta o bokach równych R i kącie przy wierzchołku równym $N\varphi$. Tak więc

$$E_w = 2R \sin \frac{N\varphi}{2} \quad (6)$$

Podstawiając R obliczone z (5) do wyrażenia (6), otrzymamy wzór na wypadkową amplitudę:

$$E_w = E_0 \frac{\sin(N\varphi/2)}{\sin(\varphi/2)} \quad (7)$$

Wypadkowe natężenie jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy i wynosi:

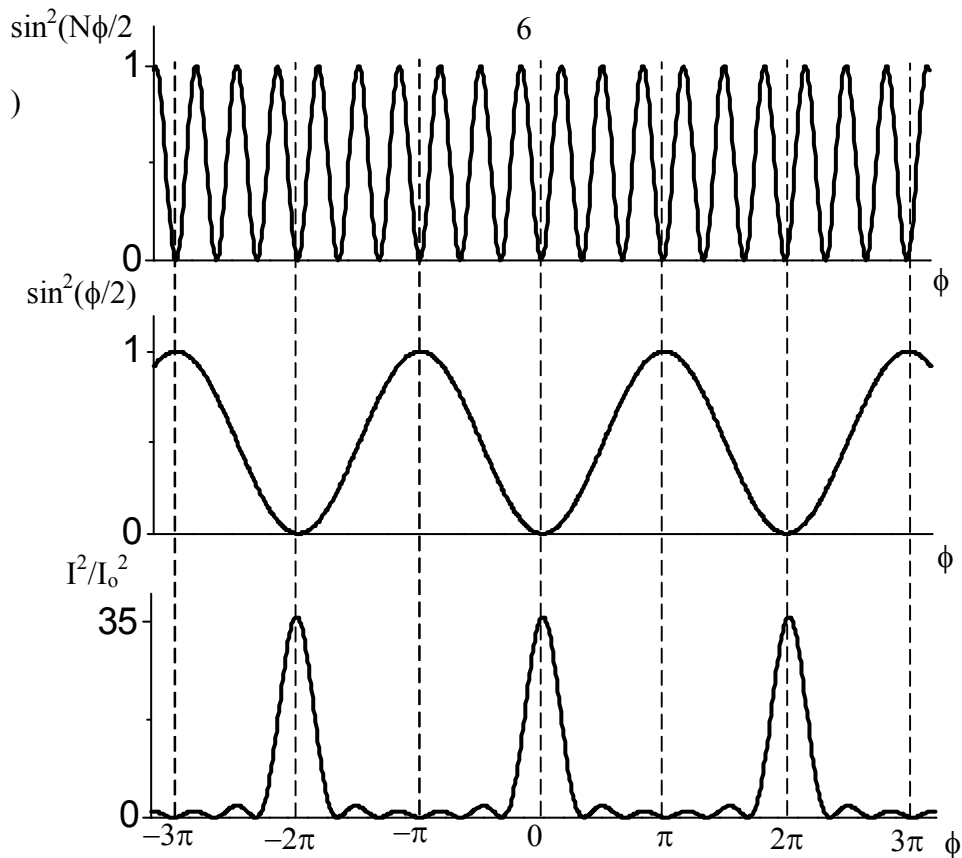
$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)} \quad (8)$$

Zwróćmy uwagę, że wzór opisujący natężenie I od kąta φ , który z kolei zależy od kąta θ , (rów.3.b)) zawiera szybkozmienny czynnik $\sin^2(N\varphi/2)$ podzielony przez znacznie wolniej zmienne wyrażenie $\sin^2(\varphi/2)$. Rozkład natężenia wyrażony wzorem przedstawia rys (3).

Wartość wyrażenia dla kąta $\varphi = 0$, można obliczyć stosując przybliżenie $\sin(\varphi/2) \sim (\varphi/2)$

Otrzymamy wówczas. $I = I_0 N$. Odpowiada to sytuacji, gdy wszystkie fale mają te same fazy

i wtedy amplituda wypadkowa jest po prostu równa sumie amplitud interferujących fal, czyli $E_w = NE_0$



Rys.4 Obraz interferencyjny dla pięciu szczelin. Przedstawiono poszczególne czynniki z równania (7) oraz ich ilorz. Główne maksima przedzielone są szeregiem mniejszych maksimów bocznych.

Identyczny wynik uzyskamy dla wszystkich kątów spełniających warunek: $\varphi = 2m\pi$. Po uwzględnieniu relacji (4b) warunek dla maksimów głównych przyjmie postać:

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (9)$$

Oprócz maksimów głównych w obrazie dyfrakcyjnym występuje duża ilość słabych maksimów bocznych, rozdzielonych minimami. W miarę jak φ wzrasta od wartości 0, stosunek kwadratów sinusów we wzorze (8) zaczyna maleć i pierwsze minimum dyfrakcyjne otrzymamy wówczas, gdy licznik wyrażenia (8) przyjmuje wartość zerową, czyli gdy $N\varphi/2 = \pm\pi$, tj. dla $\varphi = 2\pi/N$ co odpowiada zwiększeniu się różnicy dróg o λ/N . Wynika stąd, że pierwsze minimum dla widma rzędu m-tego wystąpi, gdy

$$a \sin \theta = m\lambda + \frac{\lambda}{N} \quad (10)$$

Dalsze zwiększanie fazy φ , prowadzi do zwiększenia amplitudy wypadkowej i pojawienia się maksimum bocznego. Maksima boczne występują dla kątów φ , dla których licznik wyrażenia (8) równy jest 1, są one jednak znacznie słabsze od maksimów głównych (rys.4).

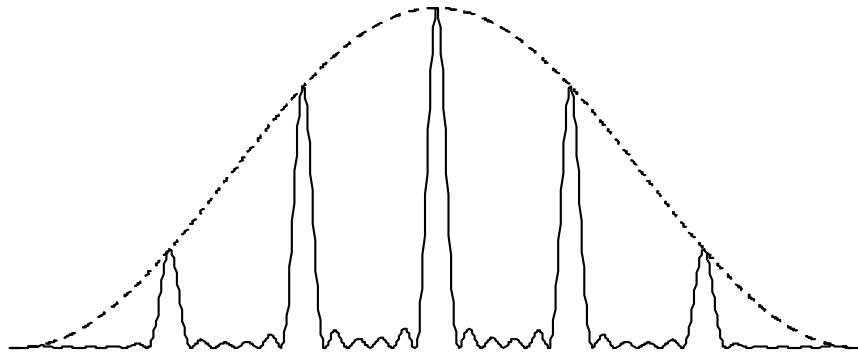
Do tej pory zakładaliśmy, że szczeliny siatki są na tyle wąskie, że możemy zaniedbać różnice faz fal, których źródłami są różne punkty w obrębie jednej szczeliny. W rzeczywistości warunek ten nie jest spełniony i musimy w naszych rozważaniach uwzględnić ten fakt, a to jest równoważne uwzględnieniu dyfrakcji na pojedynczej szczelinie. Możemy posłużyć się wynikami uzyskanymi w ćwiczeniu pt. „Dyfrakcja na szczelinie” gdzie uzyskaliśmy następujący wzór opisujący rozkład natężenia światła ugiętego na szczelinie

$$I_{\text{szcz.}} = I_0 \frac{\sin^2(\alpha/2)}{(\alpha/2)} \quad (11)$$

gdzie $\alpha = (\pi a \sin \theta) / \lambda$, a I_0 jest natężeniem światła pochodzącego szczeliny (odpowiadające kątowni $\theta = 0$, czyli na wprost szczeliny). Po uwzględnieniu dyfrakcji na pojedynczej szczelinie, wzór opisujący natężenie światła w dowolnym miejscu obrazu dyfrakcyjnego otrzymanego w wyniku dyfrakcji padającej prostopadle płaskiej fali monochromatycznej na siatkę dyfrakcyjną przyjmie ostateczną postać

$$I = I_0 \frac{\sin^2(\alpha/2)}{(\alpha/2)^2} \frac{\sin^2(N\alpha/2)}{\sin^2(\alpha/2)} \quad (12)$$

Rozkład natężenia światła opisany wzorem (12) dla siatki z $N=5$ szczelinami przedstawiony jest na rys. (5). Wpływ czynnika uwzględniającego dyfrakcję na pojedynczej szczelinie uwidacznia się zmniejszaniem się natężenia światła w kolejnych maksimach głównych.



Rys.6 Rozkład natężeń dla siatki dyfrakcyjnej, w której szerokość szczeliny $a = (d/3)$, gdzie d jest odległością między szczelinami.

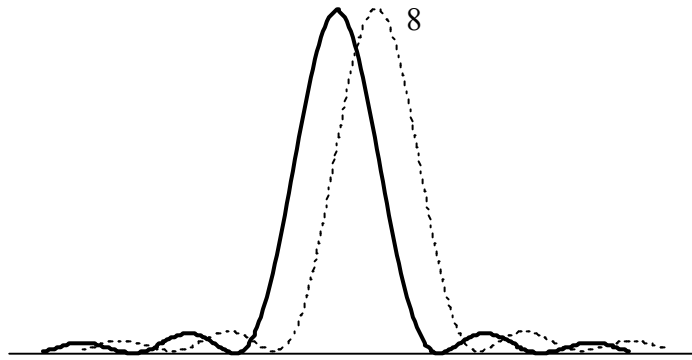
Zdolność rozdzielcza siatki.

Jak już wspominaliśmy, siatkę dyfrakcyjną możemy wykorzystać do rozdzielania fal o różnych długościach. Jeżeli w świetle emitowanym przez źródło występują fale o różnych długościach, to jak wynika o ze wzoru (9), maksima główne odpowiadające różnym długościom fal, (czyli różnym barwom) obserwuje się pod różnymi kątami. Maksimum główne (danego rzędu) będzie wówczas składać się z pewnej liczby rozdzielonych barwnych prążków zwanych liniami widmowymi.

Pytamy jaka może być najmniejsza różnica między długościami fal λ i λ' , aby można było rozróżnić w obrazie dyfrakcyjnym odpowiadające im linie widmowe. Wprowadźmy w tym celu pojęcie zdolności rozdzielczej R siatki, którą definiujemy jako:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (13)$$

gdzie: λ – jest długością jednej z fal, a $\Delta\lambda = \lambda - \lambda'$ jest różnicą długości fal.



Rys.5 Ilustracja kryterium Rayleigha rozdzielczości linii widmowych.

Powszechnie stosowanym warunkiem na rozdzielanie dwóch fal o bliskich sobie długościach jest tzw. kryterium Rayleigha, które mówi, że aby dwa maksima główne były rozróżniane, to odległość kątowa powinna być taka, aby minimum jednej linii przypadło w maksimum drugiej linii (rys.5).

Oznacza to, dla danego kąta ugięcia θ spełniony jest dla jednej z fal (np. o długości λ) warunek na maksimum, natomiast dla drugiej fali o długości $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ – warunek (10) na pierwsze minimum

$$a \sin \theta = m\lambda, \quad (14a)$$

$$a \sin \theta = m\lambda' + \frac{\lambda'}{N} \quad (14b)$$

Odejmując stronami te dwa wyrażenia otrzymujemy po przekształceniu:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \quad (15)$$

Widzimy, że zdolność rozdzielcza siatki dyfrakcyjnej jest tym większa im więcej biorących udział w interferencji szczelin zawiera siatka i im wyższy jest rząd widma. Jednakże obserwacja prążków w widmie wyższego rzędu niż pierwszy jest utrudniona, ponieważ ze względu na mniejsze natężenie są one słabiej widoczne.

2. Wykonanie ćwiczenia.

1. Włączyć wzorcowe źródło światła (o znanej długości fali) i ustawić siatkę dyfrakcyjną na stoliku spektrometru prostopadle do wiązki światła wychodzącej z kolimatora.
2. Zmierzyć kąty ugięcia dla trzech rzędów widma, po prawej i lewej stronie względem kierunku wiązki padającej.
3. Włączyć lampę neonową i wykonać pomiary kątów ugięcia dla obserwowanych prążków neonu
4. Wyznaczyć zdolność rozdzielczą siatki dyfrakcyjnej. Żółty prążek światła sodowego składa się w rzeczywistości z dwóch bardzo bliskich linii o długościach fal: $\lambda_1 = 589,6$ nm i $\lambda_2 = 589,0$ nm. Zaobserwować, dla którego rzędu ugięcia widoczny jest rozdzielony dublet sodowy (lub dublet dwóch żółtych linii par rtęci: $\lambda_1 = 576,96$ nm i $\lambda_2 = 579,07$ nm).

3. Opracowanie wyników.

1. Na podstawie pomiarów wykonanych z lampą sodową wyznaczyć stałą siatki oraz jej błąd.
Długość fali światła sodowego przyjąć równą $\lambda_{\text{Na}} = 589,3 \text{ nm}$
2. Znając stałą siatki wyznaczyć długość fal wysyłanych przez atomy neonu i obliczyć błędy pomiarowe. Wyniki końcowe porównać z danymi tablicowymi.
3. Na podstawie pomiarów i obserwacji przeprowadzonych w p.3 w wykonaniu ćwiczenia wyznaczyć zdolność rozdzielczą siatki dyfrakcyjnej i obliczyć liczbę szczelin N biorących udział interferencji (wzór (10)).

4. Pytania kontrolne.

1. Kiedy możemy zaobserwować obraz interferencyjny?
2. Zinterpretuj rozkład natężenia światła w obrazie dyfrakcyjnym
3. Co to jest i od czego zależy zdolność rozdzielcza siatki dyfrakcyjnej?
4. Dlaczego dalsze rzędy widma są coraz słabiej widoczne?

5. Literatura.

1. R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, PWN, Warszawa, 1984, t.II rozdział 46,47.
2. J. Orear, Fizyka, PWN, Warszawa, 1990, t.II rozdział 22.

SPEKTROMETR

1. Wprowadzenie.

Spektrometr jest przyrządem pomiarowym pozwalającym – w ogólności – na określenie rozkładu natężenia I , promieniowania elektrycznego (np. światła) w funkcji długości fali λ , czyli na sporządzenie widma $I = f(\lambda)$. Każdy spektrometr, aby właściwie spełniał swoje zadania musi być wyskalowany za pomocą źródła promieniowania o znanym widmie (np. za pomocą lampy neonowej, rtęciowej itp.). Oznacza to, że w przyrządach dyspersyjnych należy jednoznacznie przyporządkować kąt pomiaru φ – długości fali λ (zależność: $\varphi = f(\lambda)$).

2. Opis spektrometru laboratoryjnego.

Używane w naszym laboratorium proste spektrometry dyspersyjne nie mają wbudowanych fotoczułych detektorów dla określenia rozkładu natężenia światła, a jedynie pozwalają na bezpośrednią obserwację badanych widm i pomiar położenia kąтового poszczególnych linii. Spektrometr z następujących elementów (rys.1):

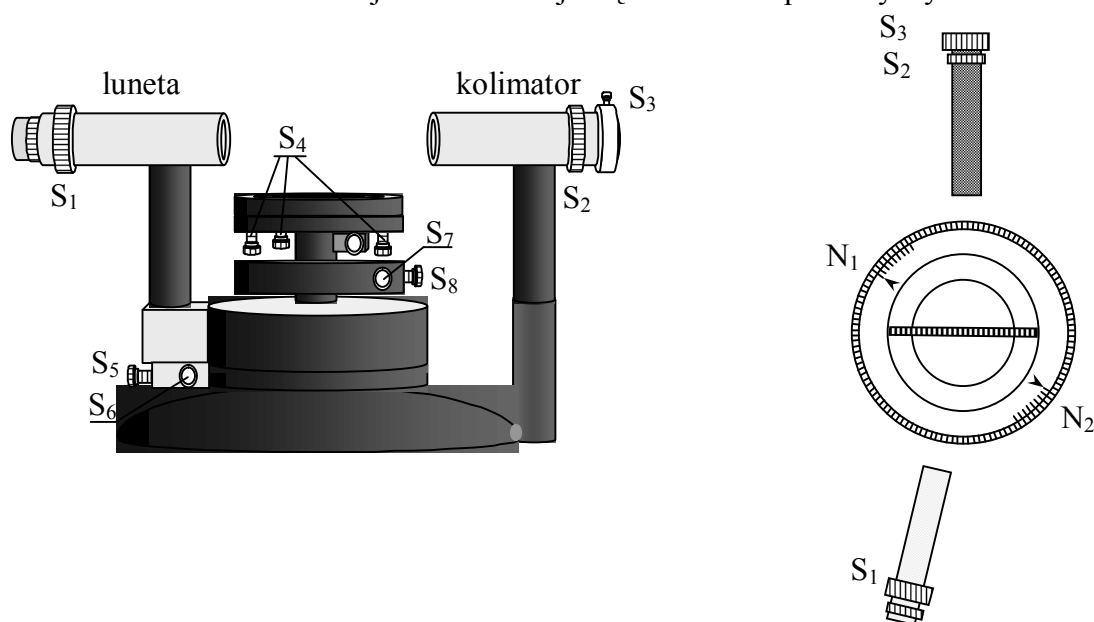
- a) Kolimator tj. rura, która posiada na jednym końcu szczelinę, a na drugim soczewkę zbierającą. Szczelina, której szerokość regulujemy śrubą S_3 jest oświetlona ze źródła światła (np. światłem białym lub monochromatycznym) i musi znajdować się w ognisku soczewki, ponieważ wtedy promienie wychodzące z kolimatora tworzą wiązkę równoległą;
- b) Luneta. Obiektyw lunety daje obraz rzeczywisty szczeliny w płaszczyźnie swej ogniskowej. Obraz ten jest przedmiotem dla okularu lunety. Okular O , przez który patrzymy, działa jak lupa, dając obraz urojony, powiększony. Luneta wyposażona jest w tzw. krzyż z nici pajęczych, pomagający w ustaleniu położenia lunety względem obrazu szczeliny. Położenie lunety można odczytać za pomocą skali kątowej z noniusem (dokładność odczytu $\Delta\varphi = 2'$);
- c) Stolik służy do umieszczania na nim elementów optycznych.

3. Regulacja spektrometru.

a) Wsuwając czy wysuwając okular znajdujemy ostry obraz krzyża z nici pajęczych. Następnie ustawiamy lunetę na nieskończoność tj. znajdujemy w lunecie ostry obraz odległego przedmiotu (pokręcając pierścieniem S_1 na obudowie lunety).

b) Kolimator. Rozszerzamy szczelinę pokrętłem S_3 , oświetlamy ją i obserwujemy w lunecie obraz jej brzegów. Ostrość regulujemy pierścieniem S_2 na kolimatorze. Ponieważ luneta jest nastawiona na ostrość widzenia obrazu wytworzonego przez promienie prawie równoległe, sprawdzaniem równoległości wiązki wychodzącej z kolimatora będzie ostry obraz brzegów szczeliny. Po tym ustawieniu, szczelinę zwężamy śrubą S_3 .

c) Stolik. Aby spektrometr działał prawidłowo stolik, na którym umieszcza się pryzmat czy siatkę dyfrakcyjną – należy spoziomować. Stolik poziomujemy ustawiając oczy na wysokości stolika, tak, aby widzieć płaszczyznę stolika jako jedną kreskę i sprawdzamy, czy przy obrocie stolika wokół własnej osi nie ukazuje się nam widok płaszczyzny blatu stolika.



Rys.1 Schemat spektrometru laboratoryjnego: a) widok ogólny, b) widok z góry; O – okular, S_1 – pierścień przesuwający soczewkę lunety, S_2 – pierścień przesuwający soczewkę kolimatora, S_3 – regulacja szerokości szczeliny, S_4 – śrubki regulacyjne blatu stolika, S_5 – śruba blokująca lunetę, S_6 – leniwka lunety, S_7 – leniwka stolika, S_8 – śruba blokująca stolik, N_1, N_2 – noniusze.

Jeśli tak się dzieje, to doprowadzamy do poziomowania stolika za pomocą trzech śrub S_4 , na których jest on wsparty. Czynność powtarzamy wielokrotnie, aż do osiągnięcia pożądanego wyniku.

Aby zwiększyć dokładność pomiaru (dokładność określenia położenia kąowego lunety) dokonujemy na obu noniuszach N_1 i N_2 . Przy pomiarze należy zwrócić uwagę na to, by skrzyżowanie nici pajęczych przechodziło przez środek szerokości obrazu szczeliny, która powinna być możliwie wąska. Aby dokładnie naprowadzić krzyż na środek obrazu, posługujemy się leniwką (śrubą S_6 przesuwającą lunetę o mały kąt, działającą po uprzednim zablokowaniu lunety śrubą S_5).